

Esercizi Settima Settimana

1. Classificare ciascuna delle seguenti equazioni:

(a) $3x^2 - xy + 4y^2 - 3x + 8y - 4 = 0$

(b) $4x^2 - 3xy - 7y^2 - 5x - 9y + 4 = 0$

(c) $x^2 + 6xy - 4y^2 + 7x + 13y + 11 = 0$

(d) $-2x^2 - 3xy + 4y^2 + 23x - 8y + 7 = 0$

(e) $5x^2 - 4\sqrt{5}xy + 4y^2 - 3x + 8y - 4 = 0$

Soluzione.

(a) Ellisse generale.

(b) Iperbole generale.

(c) Iperbole generale.

(d) Iperbole generale.

(e) Parabola generale.

2. Classificare, al variare del parametro k , la conica di equazione

$$4x^2 + 2y^2 + 2(k - 2)xy + 2kx + 2(k + 1)y + 2k = 0$$

Soluzione. Per $k \neq -1$ la conica è generale. Per $k = -1$ la conica è degenera.

Per $2 - 2\sqrt{2} < k < 2 + 2\sqrt{2}$ abbiamo un'ellisse, per k fuori da questo intervallo abbiamo un'iperbole, e infine per $k = 2 \pm 2\sqrt{2}$ abbiamo una parabola.

Nel caso $k = -1$ abbiamo un'iperbole degenera costituita da due rette incidenti.

3. Scrivere l'equazione canonica della conica di equazione

$$x^2 - 4xy + y^2 - 24x + 24y + 42 = 0$$

Soluzione. L'equazione canonica desiderata è

$$\frac{x'^2}{54/3} - \frac{y'^2}{54} = 1$$
