**Esercitazione tutoraggio diffuso Geometria (Settimana dal 14 al 18 ottobre)**

**Esercizio 1.** Stabilire se i seguenti sistemi sono determinati, indeterminati o incompatibili al variare del parametro $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 + x_2 + x_3 = -3 \\ 2x_1 + (2-\lambda)x_2 + 2x_3 = \lambda - 2 \\ x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 = 1 \end{cases}$$

**R.** $\lambda = 0$ incompatibile, $\lambda = 4$ $\infty^1$ soluzioni, $\lambda \neq 0$ e $\lambda \neq 4$ determinato

$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_3 = \lambda - 1 \\ 3\lambda x_1 + 2x_2 + (\lambda - 1)x_3 = 1 \\ -x_1 + \lambda x_3 = 2 \end{cases}$$

**R.** compatibile $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + (1-\lambda)x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + (\lambda - 1)x_2 + x_3 + x_4 = \lambda \end{cases}$$

**R.** $\lambda = 2$ incompatibile, $\lambda \neq 2$ $\infty^1$ soluzioni

**Esercizio 2.** Trovare le soluzioni del seguente sistema

$$(a) \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

**R.** $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (4t, -3t, 4t, t), t \in \mathbb{R}$

$$(b) \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 - x_4 = 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = -1 \\ x_2 + x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

utilizzando le soluzioni del sistema $(a)$. **R.** $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-4t, -3t, 4t, t) + (5, -4, 6, 0), t \in \mathbb{R}$

**Esercizio 3.** Sia $A\underline{x} = \underline{b}$ un sistema lineare con 4 equazioni e 6 incognite. Rispondere alle seguenti domande giustificando le risposte

$a)$ A ha rango 4. Il sistema è determinato, indeterminato o incompatibile? Dipende dal vettore dei termini noti $\underline{b}$? **R.** $\infty^{6-4} = \infty^2$ soluzioni, indipendente da $\underline{b}$

$b)$ A ha rango 3. Il sistema è determinato, indeterminato o incompatibile? Dipende dal vettore dei termini noti $\underline{b}$? Cosa posso dire se $\underline{b} = \underline{0}$? **R.**Dipende da $\underline{b}$. Se $\underline{b} = \underline{0}$ $\infty^{6-3} = \infty^3$ soluzioni