

**Esercitazione tutoraggio diffuso Analisi 1 (Settimana 9- 13 dicembre)**

**Esercizio 1.** Calcolare i seguenti integrali

1.  $\int (x+1)^2 e^x dx$      **R.**  $(x^2+1)e^x + C$
2.  $\int \frac{\cos x}{(1-\cos^2 x)^{3/2}} dx$      **R.**  $-\frac{1}{2(\sin x)^2} + C$
3.  $\int \frac{x+1}{x^2+4} dx$      **R.**  $\log \sqrt{x^2+4} + \frac{1}{2} \arctan(\frac{x}{2}) + C$
4.  $\int \frac{\arctan x e^{(\arctan x)^2}}{1+x^2} dx$      **R.**  $\frac{1}{2} e^{(\arctan x)^2} + C$
5.  $\int \sin(2x) \tan x dx$      **R.**  $x - \frac{1}{2} \sin(2x) + C$
6.  $\int \frac{[\log(x^2)+1]^2}{x} dx$      **R.**  $\frac{(\log(x^2)+1)^3}{6} + C$
7.  $\int \frac{e^x+1}{e^{2x}+3e^x-4} dx$      **R.**  $-\frac{x}{4} + \frac{2}{5} \log|e^x-1| - \frac{3}{20} \log(e^x+4) + C$
8.  $\int \frac{1}{1+\sin x} dx$      **R.**  $-\frac{2}{1+\tan(\frac{x}{2})} + C$
9.  $\int \frac{\cos^2 x + 3 \sin^2 x}{\cos^3 x \sin x + \cos^4 x} dx$      **R.**  $\frac{3}{2} (\tan x)^2 - 3 \tan x + 4 \log|\tan x + 1| + C$
10.  $\int \frac{x \sinh(\arctan x)}{(1+x^2)^{3/2}} dx$      **R.**  $\frac{1}{2\sqrt{1+x^2}} [x \cosh(\arctan x) - \sinh(\arctan x)] + C$

**Esercizio 2.** Calcolare la derivata delle seguenti funzioni

- $F(x) = \int_2^{x^3} \frac{\log(1+|t|)+\sin t}{2+t^2+\arctan t} dt$      **R.**  $\frac{\log(1+|x^3|)+\sin(x^3)}{2+x^6+\arctan(x^3)} \cdot 3x^2$
- $F(x) = \int_{x^2}^{\sin x} \frac{e^{2t}(t^2+1)}{\sqrt{1+|t|}} dt$ .     **R.**  $\frac{e^{2 \sin x} (\sin^2 x + 1)}{\sqrt{1+|\sin x|}} \cos x - \frac{e^{2x^2} (x^4+1)}{\sqrt{1+x^2}} 2x$

**Esercizio 3.** Calcolare l'area della porzione di piano delimitata dai grafici delle funzioni

- $f(x) = 2x - x^2, g(x) = \frac{x}{2}, x \in [0, 2]$      **R.**  $\frac{19}{24}$
- $f(x) = e^x \cos x, g(x) = |x-1| - 1, x \in [0, \frac{\pi}{2}]$      **R.**  $\frac{e^{\pi/2}}{2} - \frac{\pi^2}{8} + \pi - \frac{3}{2}$

**Esercizio 4.** Stabilire se i seguenti integrali impropri convergono:

- $\int_0^{+\infty} \frac{3x^2 - \sqrt{x+1}}{(x^2+1)(2x^{3/2}+7x)} dx$      **R.** **Sì**,  $f(x) \sim \frac{3}{2x^{3/2}}, x \rightarrow +\infty$
- $\int_{1/2}^1 \frac{\sqrt[3]{\log x}}{\sin(x-1)} dx$      **R.** **Sì**,  $f(x) \sim \frac{1}{(x-1)^{2/3}}, x \rightarrow 1$
- $\int_0^{+\infty} \frac{2+\sin x + \cos x}{e^x+1} dx$      **R.** **Sì**,  $0 \leq f(x) \leq \frac{4}{e^x}, x \rightarrow +\infty$
- $\int_1^2 \frac{e^{x-1} - \cos(x-1) - (x-1)}{(\sqrt{x-1})^{5/2}} dx$      **R.** **Sì**,  $f(x) \sim \frac{2^{5/2}}{\sqrt{x-1}}, x \rightarrow 1$
- $\int_0^5 \frac{\sqrt{e^x-1}}{4(\arctan x)^\alpha + 3 \sin(x^2)} dx$      **R.** **Sì**, per  $\alpha < \frac{3}{2}$
- $\int_0^1 \frac{x^{1/x}}{\sqrt{x}} dx$      **R.** **Sì**,  $f$  è prolungabile con continuità in  $x=0$ .