Esercitazione tutoraggio diffuso Analisi 1 (Settimana 2- 6 dicembre)

Esercizio 1. Data la funzione $y = \frac{(x-1)^2}{\log x}$, determinare il suo insieme di definizione. Stabilire la natura dei suoi punti singolari. Studiare la derivabilità
R. $D = (0,1) \cup (1,+\infty)$**, la funzione è prolungabile per continuità in** $[0,+\infty)$**; in** $x_0 = 1$ **si ha** $f'(1) = 1$**, in** $x_0 = 0^+$ **si ha** $f'(0) = -\infty$**.**

Esercizio 2. Data la funzione $f(x) = \arctan(|x^2-1|+3x)$, determinare gli eventuali punti di estremo relativo ed assoluto nel suo insieme di definizione.
R. $x = -\frac{3}{2}$ **punto di minimo assoluto.**

Esercizio 3. Utilizzando le operazioni tra grafici, disegnare il grafico delle seguenti funzioni:

$$y = |\log(x+1)|,$$

$$y = |\log(x+1) - 1|,$$

$$y = 2 \cdot |\sin(x-1)|.$$

Esercizio 4. Data la funzione $F(x) = \int_0^x \frac{e^t}{1+t^4} dt$, determinare il suo insieme di definizione, studiare la sua monotonia nel suo insieme di definizione.
R. $D = \mathbb{R}$**,** F **è crescente in** $\mathbb{R}$**.**

Esercizio 5. Calcolare i seguenti limiti utilizzando gli sviluppi di Taylor:

- $\lim_{x\to 0} \frac{e^x-1+\log(1-x)}{\tan x - x}$ **R. -**$\frac{1}{2}$

- $\lim_{x\to 0} \frac{5^{1+\tan^2 x}-5}{1-\cos x}$ **R.** $10 \log 5$

- $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2}-\cos x - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$ **R.** $\frac{11}{24}$

- $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x + \log(\cos x)}{x^4}$ **R. -**$\frac{1}{8}$

- $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{\cos x}{x^3} + \frac{\sin 3x}{3x^4}\right)$ **R.** **R.** 0

- $\lim_{x\to 1} \frac{1+\log x - e^{x-1}}{(x-1)^2}$ **R.** -1

Esercizio 6. Verificare che $\log(\cos x) = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}x^4 + o(x^4)$.