Esercitazione tutoraggio diffuso Analisi 1 (Settimana 18- 22 novembre)

Esercizio 1. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{(e^{2x} + e^x + 1)^k}{\log(1+k)}.$$

R. Diverge $\forall x \in \mathbb{R}$.

Esercizio 2. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin(kx)}{k^4 + \sqrt[3]{k}}.$$

R. Converge $\forall x \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{4x^4}{(1+x^8)^k}.$$

R. Converge $\forall x \in \mathbb{R}$.

Esercizio 4. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(|x-1| + |x|)^k}{k\sqrt{k}}.$$

R. Diverge $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0, 1\}$, **converge per** $x = 0, 1$.

Esercizio 5. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}^+$ e $\alpha \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} n^\alpha x^n.$$

R. Se $x \geq 1$ **diverge** $\forall \alpha \in \mathbb{R}$; **se** $x = 1$ **converge per** $\alpha < -1$, **diverge per** $\alpha \geq -1$; **se** $0 < x < 1$ **converge** $\forall \alpha \in \mathbb{R}$.

Esercizio 6. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}^+$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(\log x)^k}{k}.$$

R. Converge per $\frac{1}{e} \leq x < e$; **diverge per** $x \geq e$; **indeterminata per** $0 < x < \frac{1}{e}$.

Esercizio 7. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(nx)}{n^2 + n + 1}.$$

R. Converge assolutamente.

Esercizio 8. Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{+\infty} \frac{x^2}{(1+x^8)^k},$$

se possibile calcolarne la somma.

R. Converge $\forall x \in \mathbb{R}$. **La somma è data da** $S(x) = \frac{1}{x^6(1+x^8)}$.